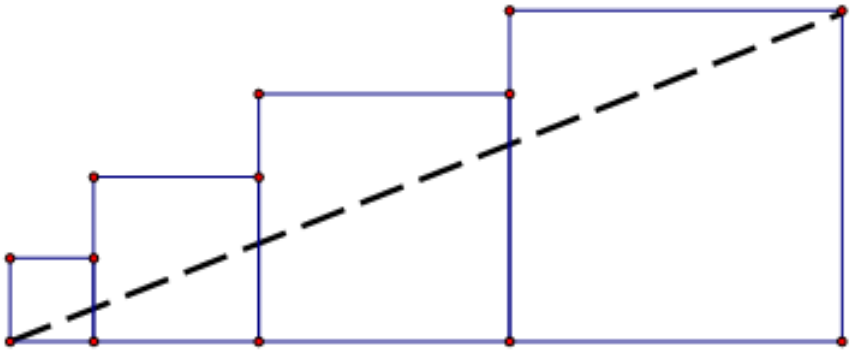
SUB14 - Problema 5
Unidos e cortados



RESOLUÇÕES
DE
PARTICIPANTES

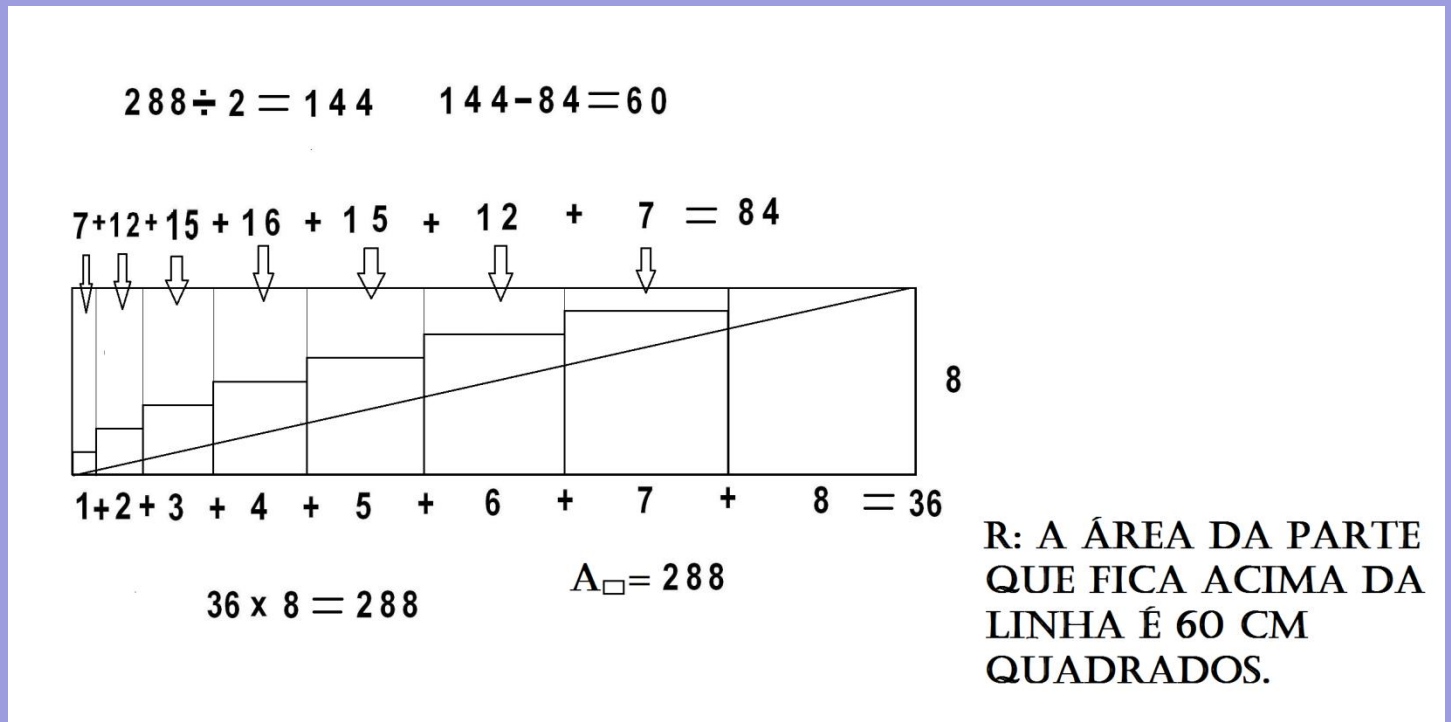
O Sub14 reserva-se o direito de editar as resoluções de participantes publicadas, exclusivamente no sentido de retificar pormenores de linguagem ou de correção matemática, respeitando o processo de resolução apresentado.

Considera uma sequência de quadrados de lados 1, 2, 3, 4,… centímetros, dispostos de modo a ficarem unidos uns aos outros, como ilustra a figura. Depois de juntos, cortam-se todos os quadrados segundo uma linha que parte do vértice inferior esquerdo do quadrado menor até ao vértice superior direito do quadrado maior.
Qual é a área que fica acima da linha de corte se a sequência tiver 8 quadrados?

Andreia Valente e Igor Gago,

EBI/JI José Carlos da Maia, Olhão

Olá, daqui falam os “Reis das Tentativas”, que por espanto esta semana não fizeram tentativas, mas sim um esquema com algumas contas. Aqui explicamos o nosso processo: primeiro, descobrimos a área do rectângulo grande (ver figura), depois dividimos em 2, pois a linha era a diagonal do rectângulo, a seguir descobrimos as áreas dos pequenos rectângulos (aqueles que estão delimitados pelas linhas mais finas/claras). Depois somámos as áreas dos pequenos rectângulos e calculámos a diferença entre a área de metade do rectângulo grande e as áreas dos pequenos rectângulos. E assim chegámos à resposta: a área da parte que fica acima da linha tem 60cm quadrados.



Tiago Gomes da Costa,

Agrupamento de Escolas de Campo Maior

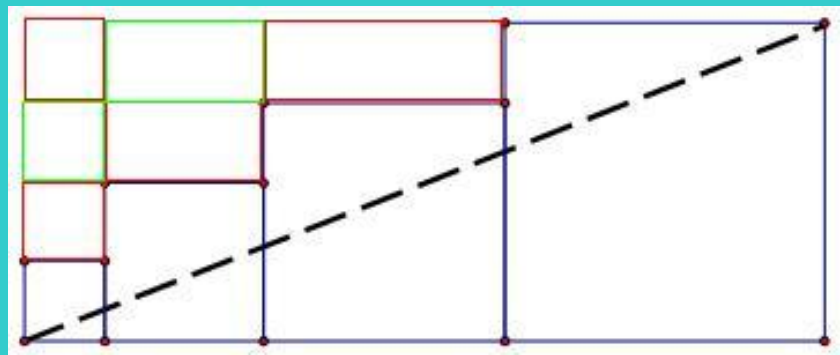
A área é de 60 cm^2.

Resolução:

Primeiro, calculei a área do rectângulo que se podia formar se prolongássemos as arestas dos quadrados. Fica um rectângulo de 10x4. Calculei a área desse rectângulo e dividi por dois: 10 x 4 / 2 = 20 cm^2. Esta é a área da parte abaixo da linha dos primeiros 4 quadrados. De seguida calculei a parte de cima subtraindo rectângulos, rectângulos estes que estão ilustrados na imagem abaixo. A conta fica a seguinte: 20-1x1-2x1-3x1 Todos os produtos são as áreas desses rectângulos. Ora 20-1x1-2x1-3x1 = 19-2-3 = 14 cm^2. Sabemos agora que nos primeiros 4 quadrados a área acima da linha é de 14 cm^2.

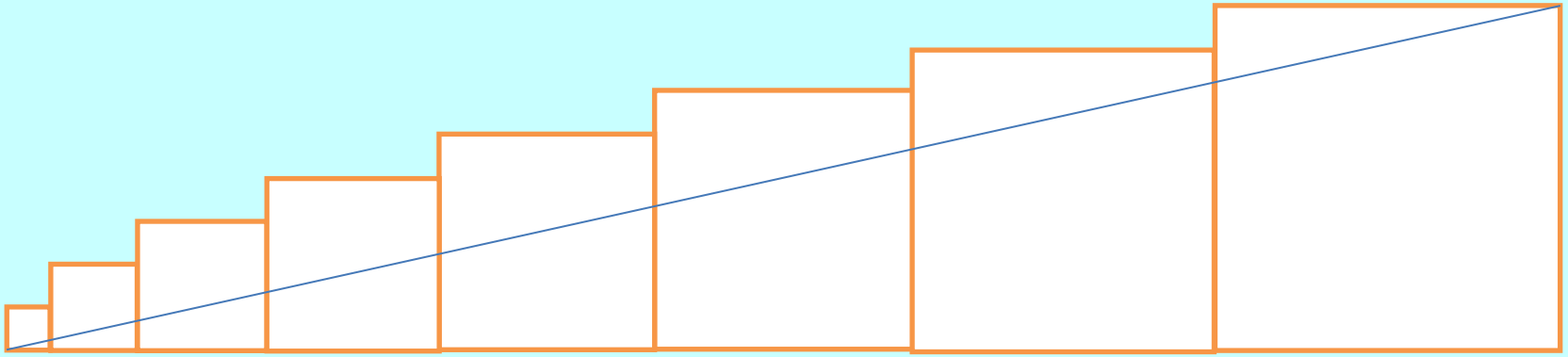
Depois fiz a mesma coisa para os 8 quadrados: um rectângulo de 36x8 no qual a área é igual a 288 cm^2. Depois, 288/2 = 144

A conta é a seguinte: 144-1x7-6x2-5x3-4x4-3x5-2x6-1x7 Os produtos são as áreas dos rectângulos aos quais subtraímos a área. Então 144-1x7-6x2-5x3-4x4-3x5-2x6-1x7 = 144-7-12-15-16-15-7 = 60 cm^2.



Inês Melo

EB 2,3 D. Afonso III, Faro



Isto seria a aparência da sequência com 8 quadrados.
O 1º quadrado= 1 cm^2
O 2º quadrado= 4 cm^2
O 3º quadrado= 9 cm^2
O 4º quadrado= 16 cm^2
O 5º quadrado= 25 cm^2
O 6º quadrado= 36 cm^2
O 7º quadrado= 49 cm^2
O 8º quadrado= 64 cm^2
E se fizermos a área da sequência vai ser:
1+4+9+16+25+36+49+64= 204 cm^2
Mas se repararmos, a área que nós não queremos é um triângulo e se fizermos a área do triângulo é (Base x altura) / 2 = ((1+2+3+4+5+6+7+8) x 8)/2 = 144 cm^2
Ou seja a área que fica acima da linha de corte é 204 – 144 = 60 cm^2
R: A área que fica acima da linha de corte se a sequência tiver 8 quadrados é igual a 60 cm^2.

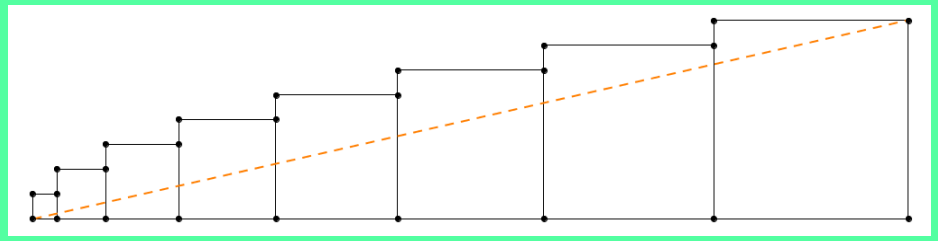
Joana Barbosa,

ES/3 Manuel da Fonseca, Santiago do Cacém

No meio raciocínio, o número do quadrado será o valor do seu lado. Por exemplo, o quadrado 1 é aquele que tem lado 1.
A área total da figura, antes de ser cortada, é de 204 cm^2, visto que:

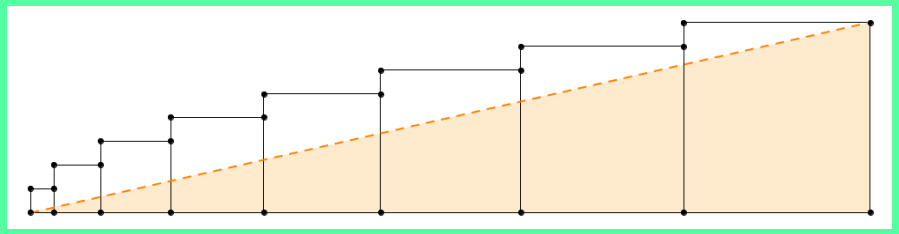
$A_{quadrado} = l^2$

$A_{quadrado\ 1} = 1^2 = 1\ cm^2$
$A_{quadrado\ 2} = 2^2 = 4\ cm^2$
$A_{quadrado\ 3} = 3^2 = 9\ cm^2$
$A_{quadrado\ 4} = 4^2 = 16\ cm^2$
$A_{quadrado\ 5} = 5^2 = 25\ cm^2$
$A_{quadrado\ 6} = 6^2 = 36\ cm^2$
$A_{quadrado\ 7} = 7^2 = 49\ cm^2$
$A_{quadrado\ 8} = 8^2 = 64\ cm^2$



$A_{figura\ total} = 1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49 + 64 = 204\ cm^2$

Ao cortarmos a figura pelo segmento de reta laranja, verificamos que a parte abaixo da linha é um triângulo retângulo, como mostra a figura.
A altura desse triângulo (que designei de triângulo A) é 8 centímetros, pois é a medida do lado do quadrado 8. A base do mesmo triângulo mede 36 centímetros, porque é a soma dos lados dos 8 quadrados.



$\overline{base\ triângulo\ A} = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36\ cm$

Assim podemos afirmar que a área do triângulo A é 144 cm^2, visto que:

$$A_{triângulo\ A} = \frac{36\ cm \times 8\ cm}{2} = \frac{288\ cm^2}{2} = 144\ cm^2$$

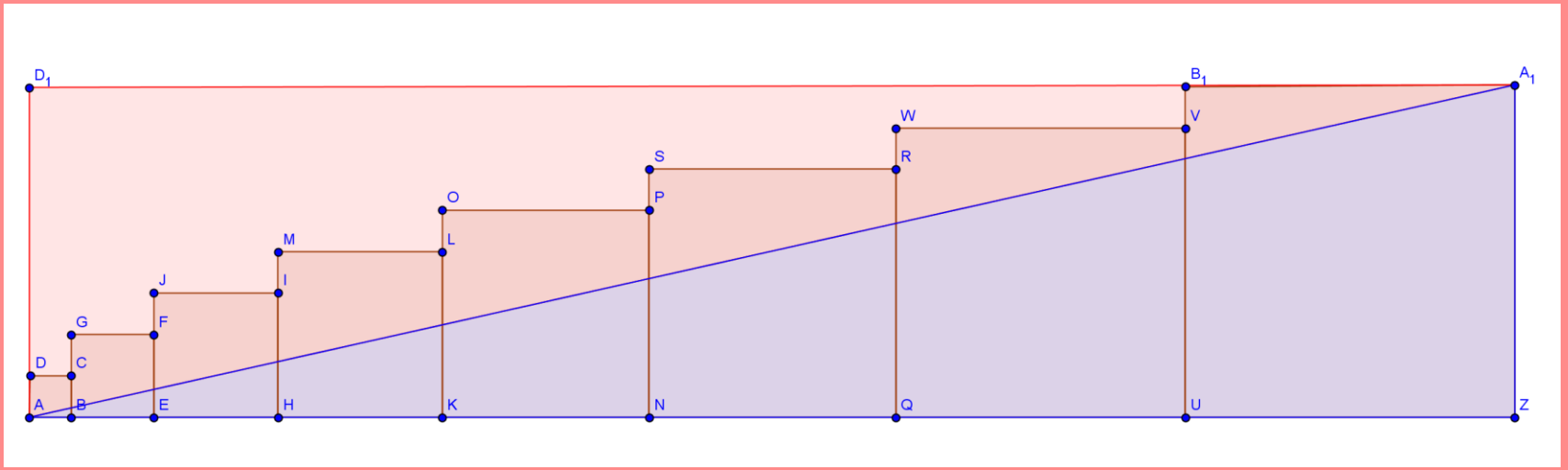
Se subtrairmos a área do triângulo A à área total da figura, ficaremos com a área da figura que fica acima do segmento de reta laranja. Portanto:

$A_{parte\ da\ figura\ acima\ da\ linha\ laranja} = A_{figura\ total} - A_{triângulo\ A}$
$A_{parte\ da\ figura\ acima\ da\ linha\ laranja} = 204\ cm^2 - 144\ cm^2 = 60\ cm^2$

Resposta: A área que fica acima da linha de corte é de 60 cm^2.

Ana Lúcia Sousa,

Colégio de Nossa Senhora do Alto, Faro



$A_1 = 1\ cm^2$ $A_2 = 4\ cm^2$ $A_3 = 9\ cm^2$ $A_4 = 16\ cm^2$

$A_5 = 25\ cm^2$ $A_6 = 36\ cm^2$ $A_7 = 49\ cm^2$ $A_8 = 64\ cm^2$

Sabendo que a área do triângulo azul é de:

$\frac{(1+2+3+4+5+6+7+8)\times 8}{2}$ = (36 x 8): 2 = 288 : 2 = 144 cm^2

Assim,

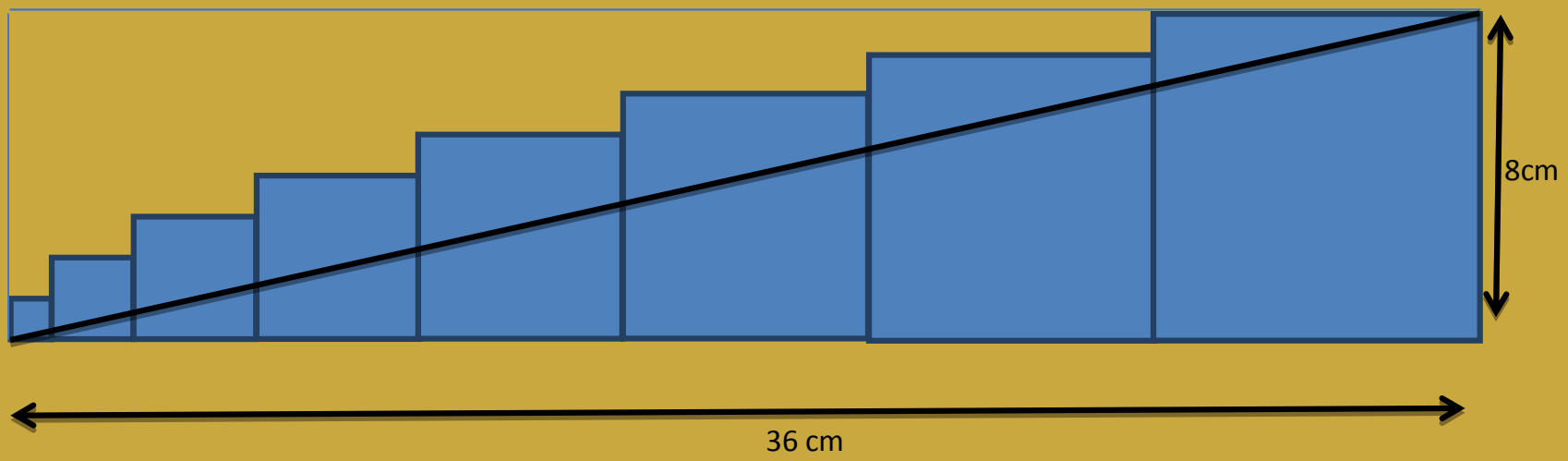
204 (área de todos os quadrados) – **144** (área do triângulo azul) = **60 cm^2** (área que fica acima da linha de corte)

Resposta: A área que fica acima da linha de corte se a sequência tiver 8 quadrados é 60 cm^2.

Francisco Albardeiro,

ES/3 Conde de Monsaraz, Reguengos de Monsaraz

Eu para chegar á resolução deste problema imaginei o seguinte esquema:



A área total do rectângulo é 288 cm^2, sendo assim, o risco divide o rectângulo em duas partes, cada uma com 144 cm^2.

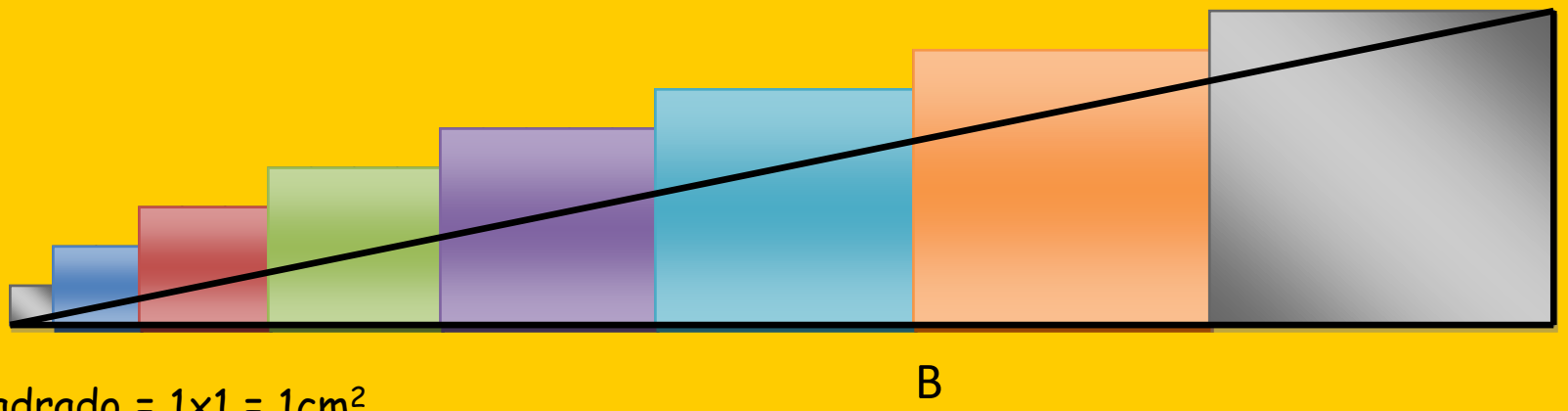
A área dos quadrados todos juntos é 204 (1x1+2x2+3x3+4x4+5x5+6x6+7x7+8x8=204), e a área da parte abaixo da linha é 144. Então, ao subtrairmos 144 a 204 ficamos a saber a área das partes dos quadrados que ficam acima do traço.

204-144=60

A área das partes dos quadrados superiores á linha é de 60cm^2.

Alexandru Covali e Beatriz Alves,

EB 2,3 D. Martinho Castelo Branco, Portimão



Área 1º quadrado = 1x1 = 1cm²
Área 2º quadrado = 2x2 = 4cm²
Área 3º quadrado = 3x3 = 9cm²
Área 4º quadrado = 4x4 = 16cm²
Área 5º quadrado = 5x5 = 25cm²
Área 6º quadrado = 6x6 = 36cm²
Área 7º quadrado = 7x7 = 49cm²
Área 8º quadrado = 8x8 = 64cm²
Área total da figura = 1+4+9+16+25+36+49+64=204cm²
A = 8cm; B = 1+2+3+4+5+6+7+8=36cm
Área do triângulo = 8x36:2 = 288:2 = 144cm²
Área da parte superior do corte = 204-144 = 60cm²

Roman Babynyuk,

EB 2,3 Dr. António da Costa Contreiras, Silves

Para resolver este problema eu observei a figura com muita atenção e concluí que a área que temos de calcular obtém-se subtraindo a área do triângulo à área dos quadrados (Fig.1). Logo, a área dos quadrados é 1+4+9+16+25+36+49+64=204 cm^2 e a do triângulo é:

Base=1+2+3+4+5+6+7+8=36 cm

Altura=8cm

Área=36×8:2=144 cm^2

Portanto, 204-144=60 cm^2.

Resposta: A área acima da linha de corte é 60 cm^2.

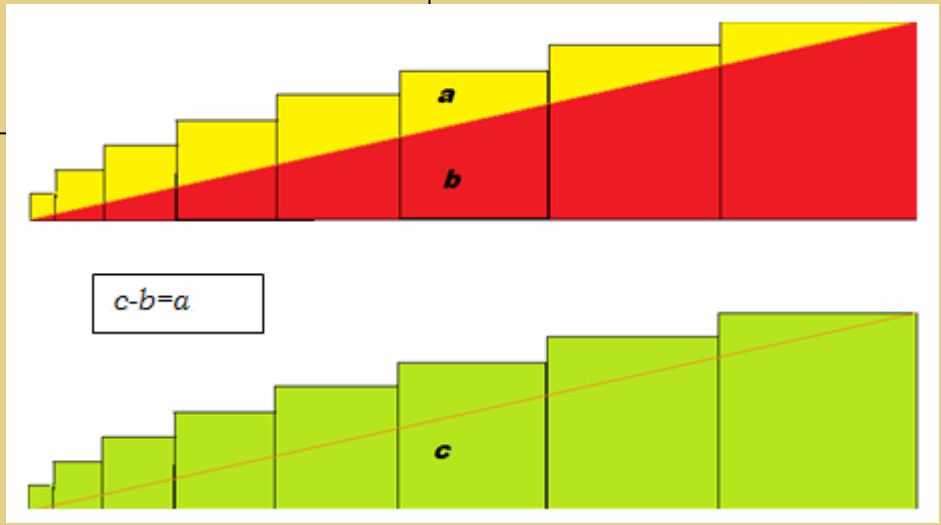
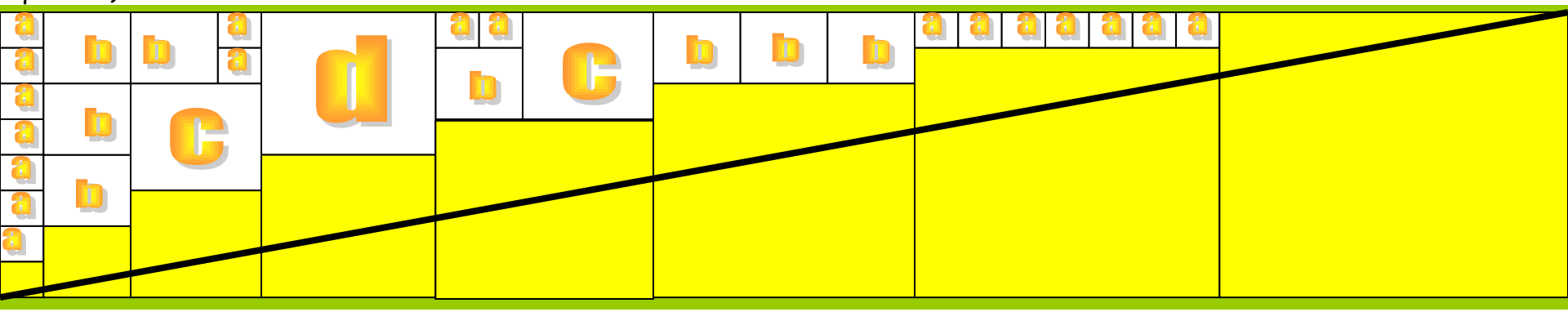


Figura 1

Rita Bengala, Inês Pascoal e Miguel Bezerra,

EB 2,3 José Régio, Portalegre

Para resolvermos este problema tivemos que formar um retângulo de dimensões 36 cm por 8 cm, usando quadrados de lado 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Os quadrados amarelos são os quadrados da sequência e os quadrados brancos são os quadrados que foram usados para o auxílio da construção do retângulo (a representação do retângulo não tem as medidas reais do retângulo em questão).



Área do Retângulo = $36 \times 8 = 288$ cm^2
Área de Metade do Retângulo = 144 cm
Para determinar a área acima da linha de corte temos de determinar a área dos quadrados que têm de lado 1 cm (os quadrados **a**) que são 18 e que ocupam ao todo 18 cm^2 da área acima da linha de corte.
Depois vimos que acima da linha de corte estavam 8 quadrados com o comprimento do lado de 2 cm (os quadrados **b**) que ocupam 32 cm^2 acima da linha de corte.
Acima da linha da área de corte estão ainda 2 quadrados de com o comprimento do lado de 3 cm (os quadrados **c**) que ocupam 18 cm^2 e além disso ainda está um quadrado de lado 4 (quadrado **d**) que ocupa 16 cm^2.
Os quadrados brancos ocupam no total 84 cm^2 que é a soma de 18 cm^2+32 cm^2+18 cm^2+16 cm^2. Para descobrir a área dos quadrados amarelos que se encontram acima da linha de corte temos que subtrair os 84 cm^2 que os quadrados brancos ocupam dos 144 cm^2 que é metade do retângulo, ou seja, 144-84=60

R: A área que fica acima da linha de corte é 60 cm^2.

Martim Ventosa,

EB 2,3 Eng. Duarte Pacheco, Loulé

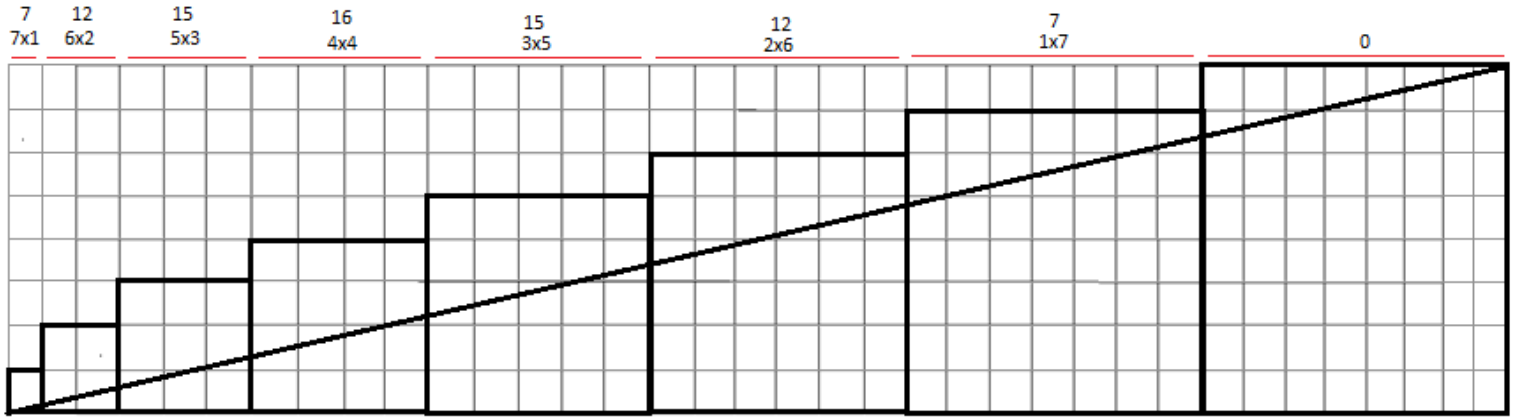
Formei um rectângulo de 36cm de comprimento e 8cm de altura com a área = 288cm^2 .
Dividi esse rectângulo por uma diagonal, que é o CORTE, e fiquei com 2 triângulos de 144cm^2 de área cada um.
Marquei os 8 quadrados e a seguir dividi o rectângulo em quadrículas de 1cm de lado, cujo total de quadrículas era de 288.
Portanto o triângulo abaixo do corte tem 144 quadrículas = 144cm^2. O triângulo acima do corte tem também 144 quadrículas. Agora calculei as quadrículas que ficam acima da área do dos quadrados, pertencente ao rectângulo que tracei inicialmente: 7 quadrículas acima do 1º quadrado; 12 acima do 2º; 15 acima do 3º; 16 acima do 4º; 15 acima do 5º; 12 acima do 6º; 7 acima do 7º = 84 quadrículas = 84cm^2.

Esquema que serviu de base para a resolução do problema 5

Quadrículas fora do espaço dos quadrados = 84
Comprimento do retângulo = 36
Largura do Retângulo = 8
Quadrículas Totais do Retângulo = 288

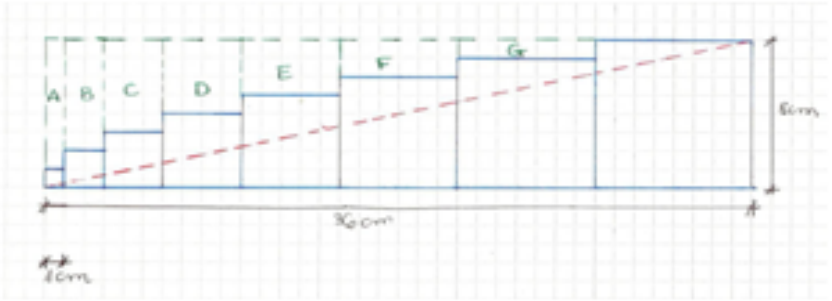
A área dentro dos quadrados que foi separada pelo corte:

$$A = \frac{c \times L}{2} - 84 = \frac{36 \times 8}{2} - 84 = 60 \text{ quadrículas} = 60 \text{ cm}^2$$



Carolina Cipriano,

ES/3 Padre António Macedo, Santiago do Cacém



Em primeiro lugar transformei a figura num retângulo para poder calcular a área total.

1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36 cm

36 × 8 = 288 cm²

288 cm² → **área total do retângulo**

Como a linha divide o retângulo em 2 triângulos iguais, calculei a área de cada um desses triângulos.

288 : 2 = 144 cm²

Depois calculei a área de cada um dos retângulos A, B, C, D, E, F e G.

Área A → 1 × 7 = 7 cm²

Área B → 2 × 6 = 12 cm²

Área C → 3 × 5 = 15 cm²

Área D → 4 × 4 = 16 cm²

Área E → 5 × 3 = 15 cm²

Área F → 6 × 2 = 12 cm²

Área G → 7 × 1 = 7 cm²

7 + 12 + 15 + 16 + 15 + 12 + 7 = 84 cm² → **Total da soma dos retângulos**

Depois subtraí a soma de área dos retângulos A, B, C, D, E, F e G à área do triângulo e fiquei a saber qual é a área acima da linha que corta a figura.

144 – 84 = 60 cm² → **área acima da linha que corta a figura**

Resposta: A área que fica acima de linha de corte se a sequência tiver 8 quadrados é de 60 cm².